

# EJERCICIOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS Y MIXTAS IV

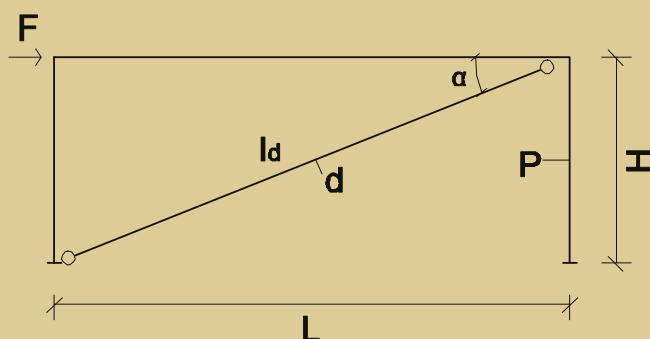
## PIEZAS A COMPRESIÓN

*por*

JORGE CONDE CONDE

ALEJANDRO BERNABEU LARENA

PAULA FUENTES GONZÁLEZ



**CUADERNOS**  
**DEL INSTITUTO**  
**JUAN DE HERRERA**  
**DE LA *ESCUELA DE***  
***ARQUITECTURA***  
***DE MADRID***

**1-87-04**

# EJERCICIOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS Y MIXTAS IV

## PIEZAS A COMPRESIÓN

*por*

JORGE CONDE CONDE  
ALEJANDRO BERNABEU LARENA  
PAULA FUENTES GONZÁLEZ

CUADERNOS  
DEL INSTITUTO  
JUAN DE HERRERA  
DE LA *ESCUELA DE*  
*ARQUITECTURA*  
*DE MADRID*

1-87-04

**C U A D E R N O S  
D E L I N S T I T U T O  
J U A N D E H E R R E R A**

**NUMERACIÓN**

- 2 Área
- 51 Autor
- 09 Ordinal de cuaderno (del autor)

**TEMAS**

- 1 ESTRUCTURAS
- 2 CONSTRUCCIÓN
- 3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
- 4 TEORÍA
- 5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
- 6 PROYECTOS
- 7 URBANISMO
- 8 RESTAURACIÓN
- 0 VARIOS



***Ejercicios de Estructuras Metálicas y Mixtas IV.  
Piezas a compresión.***

© 2012 Jorge Conde Conde, Alejandro Bernabeu Larena, Paula Fuentes González.  
Instituto Juan de Herrera.

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.

Gestión y portada: Almudena Gil Sancho.

CUADERNO 373.01 / 1-87-04

ISBN-13 (obra completa): 978-84-9728-417-2

ISBN-13: 978-84-9728-421-9

Depósito Legal: M-14573-2012

## **Presentación**

Estos cuadernillos tienen su origen como apoyo docente al Módulo M4 (Estructuras de Acero) del Máster Oficial de Estructuras de Edificación de la ETSAM. Pensamos así mismo que pueden servir de referencia y utilidad a toda persona interesada en el campo de las estructuras metálicas de edificación.

El ejercicio central del módulo es el proyecto completo de una estructura metálica a nivel profesional. Dicho proyecto es desarrollado en grupo por los alumnos, efectuándose un seguimiento continuo del mismo durante el curso. Para garantizar que los alumnos poseen las herramientas necesarias para el trabajo exigido se imparten una serie de clases teóricas alrededor del material acero, que se completan con los presentes ejercicios, planteados como aplicación directa de los conceptos de teoría.

El módulo se estructura en dos grandes unidades conceptuales: el análisis y dimensionado de piezas, y el análisis y dimensionado de nudos. Los ejercicios que se presentan en este primer conjunto de cuadernos corresponden a la primera parte, de análisis de piezas:

- I. Determinación de esfuerzos.
- II. Propiedades seccionales.
- III. Piezas a flexión.
- IV. Piezas a compresión.

Los autores confían en poder ofrecer en breve la segunda parte, de nudos y detalles de conexión, cuyo interés es incluso mayor, dada la escasa bibliografía disponible al respecto.

Más allá del seguimiento estricto y de la aplicación directa (y en ocasiones ciega) de la normativa, aunque respetándola, los ejercicios plantean un análisis claro y profundo de los fenómenos que rigen el análisis y dimensionado de una estructura metálica, considerando así mismo las cuestiones y criterios constructivos, fundamentales en el proyecto de cualquier estructura, y más aún si esta es metálica.

En este sentido, el lector observará que, para preservar la unidad, y a pesar de ser enunciados independientes y autónomos, todos los ejercicios giran en torno a un edificio único. Se pretende así que el conjunto de ejercicios abarque las distintas cuestiones y problemas presentes en el proceso habitual de planteamiento, análisis y desarrollo de una estructura metálica.

Agradecemos a Paula Fuentes su sufrida labor, a Santiago Huerta la confianza depositada al designarnos como profesores del módulo y su apoyo en la publicación de estos cuadernos de ejercicios, y a José Luis de Miguel su interés y sus siempre afilados y pertinentes comentarios.

Madrid, febrero 2012

Jorge Conde Conde

Alejandro Bernabeu Larena



## INDICE

Enunciado \_\_\_\_\_1

1. Cálculo del arriostramiento\_\_\_\_\_3

2. Análisis y dimensionado del pórtico suponiendo la estructura arriostrada\_\_\_\_\_10



Objetivo del ejercicio

Análisis de pórticos en primer y segundo orden.

Enunciado

Realizar el análisis del pórtico indicado.  
Emplear las diversas opciones disponibles en la norma CTE para el análisis y dimensionado a pandeo de los pilares.

- 1. Análisis de primer orden del pórtico. Discusión de la traslacionalidad y verificación de piezas mediante estimación de las longitudes de pandeo.
- 2. Análisis de segundo orden simplificado del pórtico mediante amplificación de las fuerzas horizontales (método del coeficiente r). Dimensionado de soportes con la longitud de pandeo intraslacional.
- 3. Análisis iterativo de segundo orden. Comparación con el método simplificado.

- 4. Análisis de servicio del pórtico, determinando si las deformaciones verticales y horizontales del mismo son admisibles.

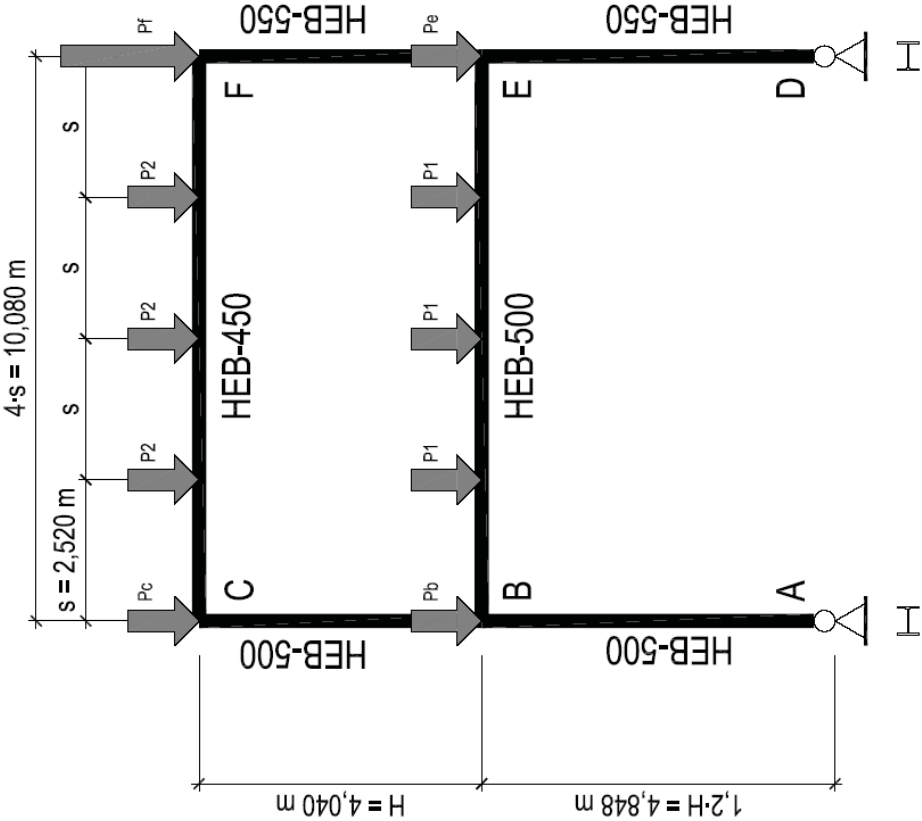
Se considerarán los nudos viga-pilar empotrados y el pórtico articulado en su base.

Materiales: S27JR.

Categoría de sobrecargas de uso C. Tabiquería convencional.

L = 7,200m; S = 2,520m; H = 4,040m.

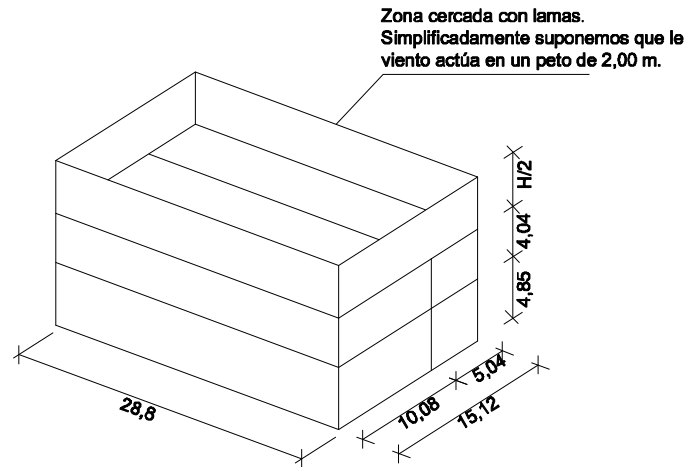
CARGAS				k	d
Viento en planta 1		W1		41,60	62,39
Viento en planta 2		W2		18,91	28,36
Carga vertical total en nudo B		Pb		149,11	205,38
Carga vertical total en nudo C		Pc		140,63	210,51
Carga vertical total en nudo E		Pe		242,36	340,02
Carga vertical total en nudo F		Pf		1.591,15	2.243,08
Carga puntual en viga planta 1 (debida a correa continua)		P1		176,28	247,31
Carga puntual en viga planta 2 (debida a correa continua)		P2		165,91	227,09





## 1-Cálculo del arriostramiento

### 1.1-Planteamiento del arriostramiento del edificio:



Carga total:

Área en planta del edificio:  $A = 28,8 \times 15,12 = 435,46 \text{ m}^2$

Área del perímetro del edificio:  $P = 2 \times (28,5 + 15,12) = 87,84 \text{ ml}$

-Planta de instalaciones solares:

G:  $(0,5 + 0,5) \times A = 435,46 \text{ kN}$

Q:  $1,50 \times A = 653,18 \text{ kN}$

-Planta de instalaciones:

G:  $(0,5 + 0,5) \times A = 435,46 \text{ kN}$

Q:  $4,0 \times A = 1741,82 \text{ kN}$

G<sub>c</sub>:  $5,0 \times P = 439,20 \text{ kN}$

-Planta de cubierta:

G:  $(3,5 + 3,5) \times A = 3048,22 \text{ kN}$

Q:  $1,0 \times A = 435,46 \text{ kN}$

G<sub>c</sub>:  $5,0 \times P = 439,20 \text{ kN}$

-Planta tipo:

G:  $(3,5 + 2,0) \times A = 2395,03 \text{ kN}$

Q:  $3,0 \times A = 1306,38 \text{ kN}$

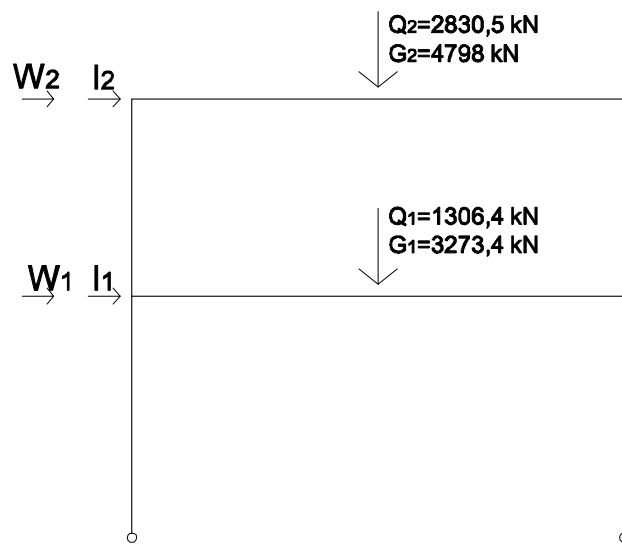
G<sub>c</sub>:  $10 \times P = 878,40 \text{ kN}$

-Viento:

$W_2 = 4,04 \times 28,8 \times 1,1 = 127,99 \text{ kN}$

$W_1 = \left( \frac{4,04}{2} + \frac{4,85}{2} \right) \times 28,8 \times 1,10 = 140,82 \text{ kN}$

## 1.2-Imperfecciones geométricas iniciales:



Según el CTE-SE-A para dos pilares y dos alturas se toma una imperfección inicial de  $L/300$ . Estas imperfecciones iniciales pueden sustituirse por un conjunto de acciones (CTE-SE-A, 5.4.2):

$I_2$ :  $G_2 = 15,99$  kN

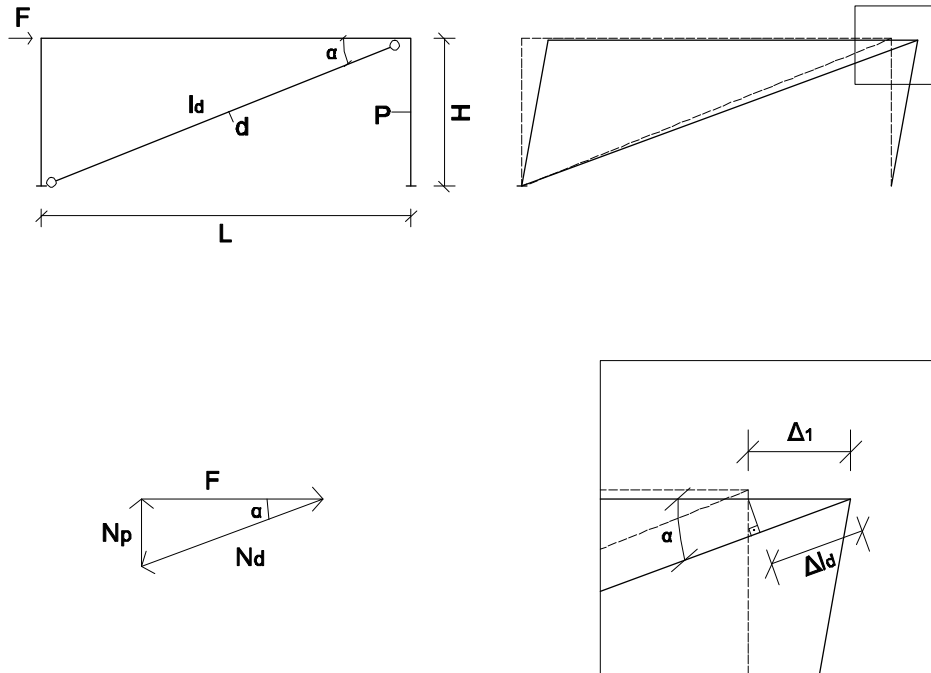
$Q_2 = 9,43$  kN

$I_1$ :  $G_1 = 10,91$  kN

$Q_1 = 4,35$  kN

La deformación de un rectángulo arriostrado tiene dos componentes: un alargamiento de la diagonal y un acortamiento del pilar.

### 1.3-Alargamiento de la diagonal:



$$\sigma = E \times \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L_D}{L_D}$$

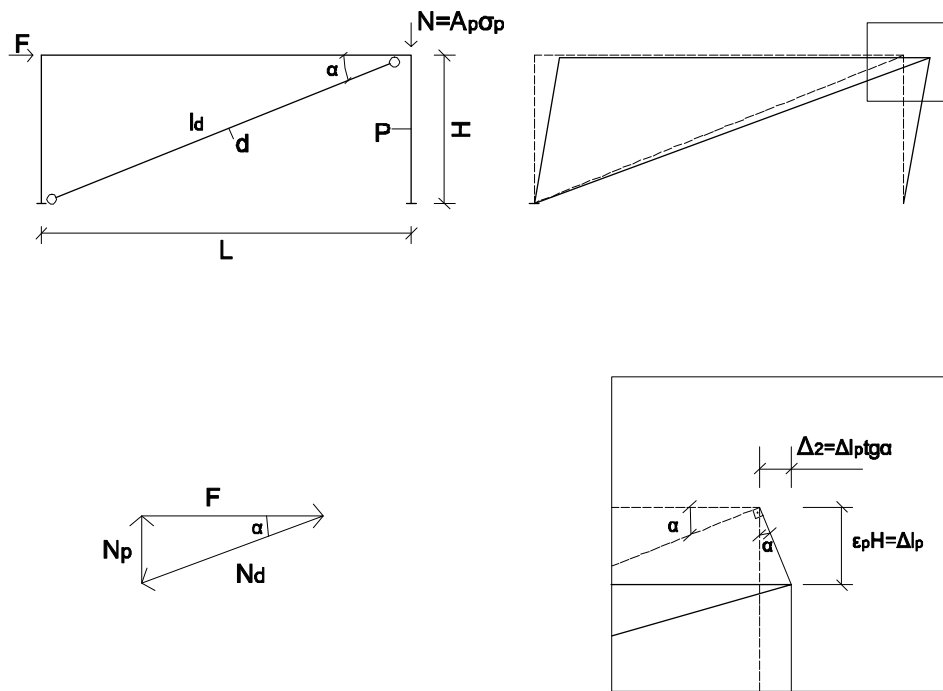
$$\Delta L_D = \frac{\sigma \times L_D}{E} = \frac{N_D \times L_D}{A \times E} = \frac{F \times L_D}{A \times E \times \cos \alpha}$$

$$L_D = L / \cos \alpha$$

$$N_D = F / \cos \alpha$$

$$\Delta_1 = \frac{\Delta L_D}{\cos \alpha} = \frac{F \times L_D}{A \times E \times \cos^2 \alpha} = \frac{F \times L}{A \times E \times \cos^3 \alpha}$$

#### 1.4-Acortamiento del pilar:



El axil del pilar se debe a la carga que lleve y a la inducida por formar parte del arriostramiento. No conocemos este valor, pero sí sabemos que las tensiones del pilar estarán en un entorno de la máxima admisible.

$$\sigma_{\text{pilar}} = \frac{275}{\gamma_Q \gamma_M} = \frac{275}{1,40 \times 1,05} = 187 \text{ N/mm}^2$$

A poco que el pilar esté penalizado por pandeo, su tensión se reducirá. Una posibilidad conservadora es poner esta tensión de  $187 \text{ N/mm}^2$ .

$$\epsilon_{\text{pilar}} = \frac{\sigma}{E} = 8,91 \times 10^{-4}$$

$$\Delta_2 = \Delta L_p \tan \alpha = H \times \epsilon_{\text{pilar}} \times \tan \alpha$$

$$\epsilon = \frac{\Delta V}{H} \longrightarrow \Delta V = \epsilon \times H = 8,9 \times 10^{-4} H$$

Desplazamiento horizontal total

$$\Delta_{\text{total}} = \frac{F \times L}{A \times E \times \cos^3 \alpha} + 8,9 \times 10^{-4} \times \tan \alpha$$

Limitación del desplazamiento horizontal:  $H \leq h / 500$

### 1.5-Dimensionado del arriostramiento:

La condición de desplome es de servicio, y se hace con combinaciones características. El viento es la acción desestabilizadora más fuerte, por tanto es la principal.

$$G + W + \psi_0 Q \quad \longleftarrow$$

$$G + Q + \psi_0 W$$

Resumen de cargas horizontales:

$$W_1 = 140,8 \text{ kN}$$

$$W_2 = 128 \text{ kN}$$

$$I_{G1} = 10,91 \text{ kN}$$

$$I_{G2} = 15,99 \text{ kN}$$

$$I_{Q1} = 4,35 \text{ kN}$$

$$I_{Q2} = 9,43 \text{ kN}$$

$$F = W + I_G + 0,7I_Q = 128 + 140,8 + 15,99 + 10,91 + 0,70 \times (9,43 + 4,35) = 269,35 \text{ kN}$$

Como hay dos arriostramientos  $F_1 = F / 2 = 134,68 \text{ kN}$ .

(A favor de seguridad podríamos no considerar el factor  $\psi$ , obteniendo  $F=309,5 \text{ kN}$ .)

$$\text{Condición: } \Delta_{\text{tot}} \leq \frac{H}{500}$$

-Planta baja:

$$H = 4,85 \text{ m}$$

$$L = 10,08 \text{ m}$$

$$\alpha = \text{atan} \frac{4,85}{10,08} \approx 25,7^\circ$$

$$\frac{F_1 \times L}{A_d \times E_d \times \cos^3 \alpha} + H \epsilon_p \text{tg} \alpha \leq \frac{H}{500}$$

$$\Delta H_{\text{total}} = \frac{134,68 \times 10,08}{AE \times 0,7317} + 4,85 \times 8,9 \times 10^{-4} \times 0,48 \leq 4,85 / 500 \longrightarrow EA \geq 243407 \text{ kN}$$

$$A \geq 11,59 \text{ cm}^2 \longrightarrow \text{UPN-100}$$

-Planta primera:

$$H=4,04 \text{ m}$$

$$L=10,08 \text{ m}$$

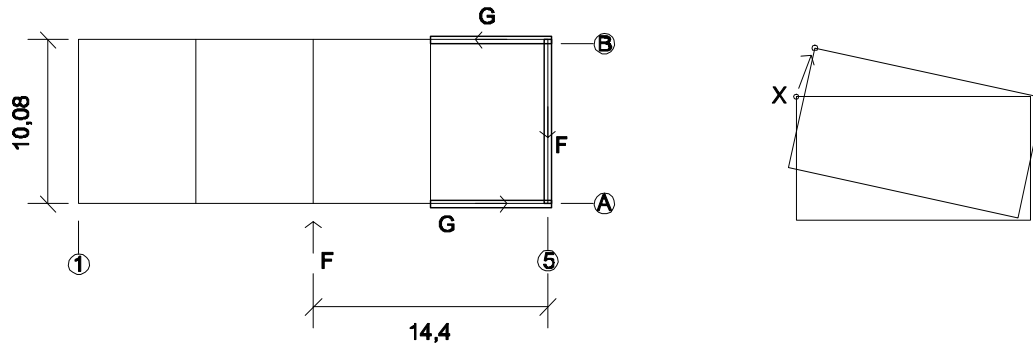
$$\alpha = \text{atan} \frac{4,04}{10,08} \approx 21,8^\circ$$

$$F \approx 128 + 15,99 + 0,70 \times 9,43 = 150,6 \text{ kN}$$

$$F_1 = F / 2 = 75,3 \text{ kN}.$$

$$\Delta H_{\text{total}} = \frac{75,3 \times 10,08}{AE \times 0,80} + 4,04 \times 8,9 \times 10^{-4} \times 0,40 \leq 4,04 / 500 \longrightarrow EA \geq 142911 \text{ kN}$$

$$A \geq 6,81 \text{ cm}^2 \longrightarrow \text{UPN-80}$$



$$G = \frac{F \times 14,4}{10,08} = 1,43F$$

La eliminación del arriostramiento 1 supone que el arriostramiento en 5 soporta el doble (no  $F/2$  sino  $F$ ). Además los arriostramientos A y B multiplican enormemente su esfuerzo.

La consecuencia en deformaciones es que el movimiento del punto X es enormemente mayor y se precisará un incremento en la rigidez de todos los arriostramientos para llegar a un desplome aceptable.

### 1.6-Comprobación de intraslacionalidad

Para comprobar la intraslacionalidad, se debe cumplir en cada planta que:

$$r = \frac{V_{Ed}}{H_{Ed}} \times \frac{\delta_{H,d}}{H} < 0,10 \quad (\text{CTE-SE-A, (5.6)})$$

siendo:

$H_{Ed}$ : valor de cálculo de las cargas horizontales totales (incluyendo las debidas a imperfecciones) en la planta considerada y en todas las superiores.

$V_{Ed}$ : valor de cálculo de las cargas verticales totales en la planta considerada y en todas las superiores.

$H$ : altura de la planta

$\delta_{H,d}$ : desplazamiento horizontal relativo de la planta (del forjado de techo al de suelo).

La intraslacionalidad debe cumplirse para cada una de las posibles combinaciones.

Combinaciones Estado Límite Último:

$$1,35G + 1,50Q$$

$$1,35G \pm 1,50W$$

$$1,35G + 1,50Q \pm 0,60 \times 1,50W$$

$$1,35G + 0,7 \times 1,50Q \pm 1,50W$$

Vamos a comprobarla en dos:

$$a) 1,35G + 1,50Q + 0,9W$$

$$b) 1,35G + 1,05Q + 1,50W$$

Planta baja:

$$a) \text{ Cargas verticales: } 1,35 \times (4797,5 + 3273,4) + 1,5 \times (2830,5 + 1306,4) = 17101 \text{ kN}$$

Cargas horizontales:

$$1,35 \times (16 + 10,9) + 1,5 \times (9,4 + 4,4) + 0,9 \times (127,99 + 140,82) = 298,9 \text{ kN}$$

$$\delta_{H,d} = \frac{298,9 \times 8,68}{AE \times 0,69} + 4,85 \times 0,56 \times 8,9 \times 10^{-4} = 0,009 \text{ m}$$

$$A_{2UPN-100} = 2 \times 13,5 \text{ cm}^2$$

$$r = \frac{17101}{298,9} \times \frac{0,009}{4,85} = 0,1, \text{ vale}$$

b) Cargas verticales:

$$1,35 \times (4797,5 + 3273,4) + 1,05 \times (2830,5 + 1306,4) = 15239,46 \text{ kN}$$

Cargas horizontales:

$$1,35 \times (16 + 10,9) + 1,05 \times (9,4 + 4,4) + 1,5 \times (127,99 + 140,82) = 454 \text{ kN}$$

$$\delta_{H,d} = \frac{454 \times 8,68}{AE \times 0,69} + 4,85 \times 0,56 \times 8,9 \times 10^{-4} = 0,012 \text{ m}$$

$$r = \frac{15239,46}{454} \times \frac{0,012}{4,85} = 0,086, \text{ vale}$$

Planta primera:

a) Cargas verticales:  $1,35 \times 4797,5 + 1,5 \times 2830,5 = 10721,7 \text{ kN}$

Cargas horizontales:  $1,35 \times 16 + 1,5 \times 9,4 + 0,9 \times 127,99 = 150,9 \text{ kN}$

$$\delta_{H,d} = \frac{150,9 \times 8,26}{AE \times 0,76} + 4,04 \times 0,49 \times 8,9 \times 10^{-4} = 0,0047 \text{ m}$$

$$r = \frac{10721}{150,9} \times \frac{0,0047}{4,04} = 0,083, \text{ vale}$$

b) Cargas verticales: 9448,7 kN

Cargas horizontales: 223,5 kN

$$\delta_{H,d} = 0,006 \text{ m}$$

$$r = 0,063$$

En ambos casos  $r < 0,10$ , por lo que los efectos de segundo orden pueden ignorarse.

Otra opción simplificatoria sería tomar la combinación característica limitando el desplome a 1/500, que es la opción adoptada para el dimensionado de los arriostramientos. Al no ponderar estamos en un caso más desfavorable que si lo hacemos, ya que en la razón  $V_{Ed} / H_{Ed}$  la parte superior tiene coeficientes de 1,35 a 1,40, mientras que la inferior tiene coeficiente de 1,50. Por tanto el número es mayor si se pondera todo con la unidad. Si ponderando con  $G + W + 0,7 \cdot Q$  es correcto, lo será con cualquier otra combinación.

Planta inferior:

$$V_{Ed} = 10967,3 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = 269,4 \text{ kN}$$

$$r = 0,08$$

Planta superior:

$$V_{Ed} = 6779,4 \text{ kN}$$

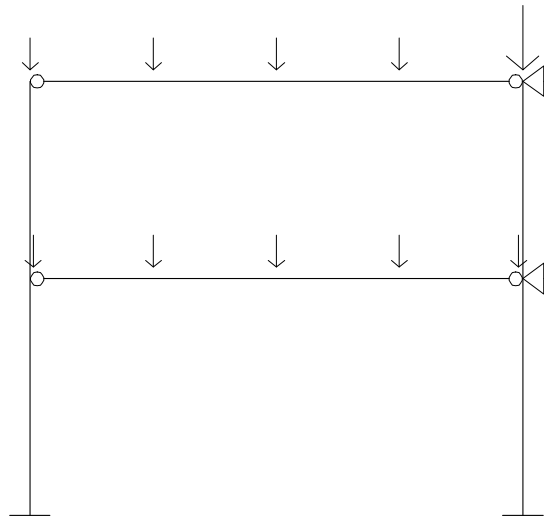
$$H_{Ed} = 150,6 \text{ kN}$$

$$r = 0,09$$

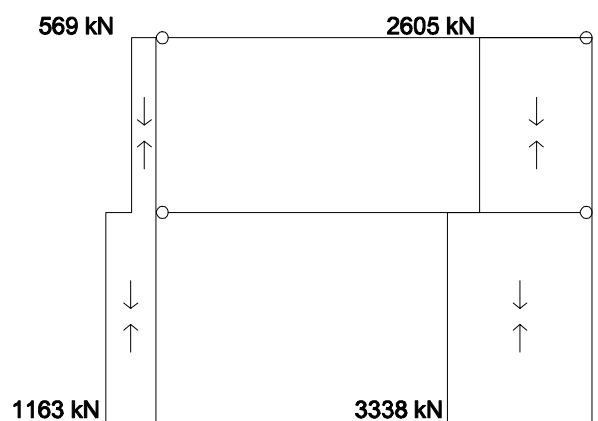
De nuevo en ambos casos  $r < 0,10$ .

## 2- Análisis y dimensionado del pórtico suponiendo la estructura arriostrada:

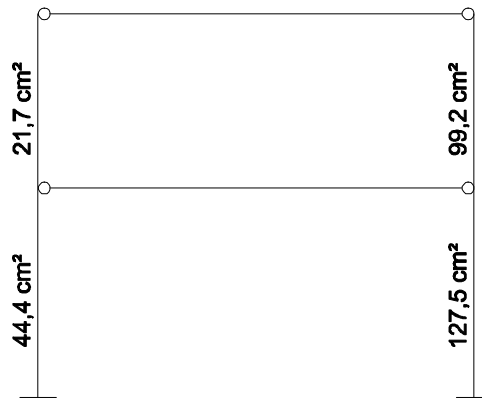
### 2.1-Vigas simplemente apoyadas en pilares



Para simular el efecto del arriostramiento, impedimos el desplome del pórtico.  
Cálculo del pórtico intraslacional con vigas articuladas:



*Diagrama de axiles en los pilares*



*Área necesaria sin tener en cuenta el pandeo*

$$A_{nec} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

-Planta inferior:

$$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \leq 1$$

siendo

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}}$$

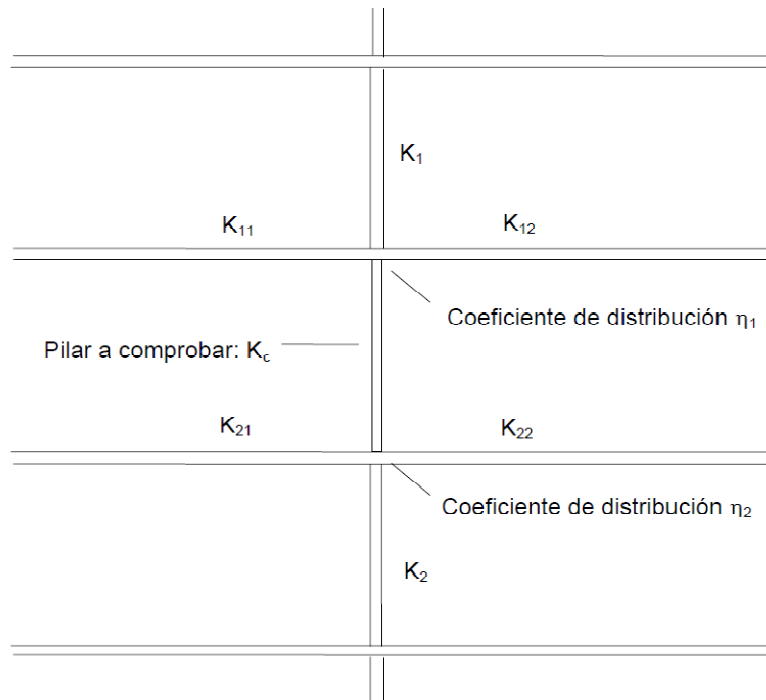
$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (\text{CTE-SE-A, (6.26)})$$

siendo

$K_c$ : coeficiente de rigidez  $EI/L$  del tramo de pilar analizado;

$K_i$ : coeficiente de rigidez  $EI/L$  del siguiente tramo de pilar en el nudo  $i$ , nulo caso de no existir;

$K_{ij}$ : coeficiente de rigidez eficaz de la viga en el nudo  $i$ , y posición  $j$ .



CTE-SE-A, figura 6.5. Coeficientes de distribución

$\eta_2 = 0$ , ya que en la parte inferior el pilar está empotrado.

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + 0 + 0} = 1$$

$K_{21}=0$ , porque no existe, y  $K_{22}=0$ , porque la viga está articulada al pilar.

$$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \leq 1 \quad (\text{CTE-SE-A, (6.24)})$$

$$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0,145 \times 1 - 0,265 \times 0}{2 - 0,364 \times 1 - 0,247 \times 0} = 0,70$$

$$L_k = 0,70L = 0,70 \times 4,85 = 3,40 \text{ m}$$

-Planta superior:

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + 0 + 0} = 1$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + 0 + 0} = 1$$

$$\beta = \frac{L_k}{L} = 1$$

$$L_k = 4,04 \text{ m}$$

El coeficiente de pandeo en ambas direcciones es el mismo.

## 2.1.i-Dimensionado de los pilares con perfiles HEB

Dimensionamos con el radio de giro menor ( $i_z$ ) que da la esbeltez mayor, y por tanto, el menor  $\chi$ .

Igualamos pilares en las dos plantas. Para pilares HEB hasta 360 en dirección débil la curva es la “c” (con  $\alpha = 0,49$ ).

S275  $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$

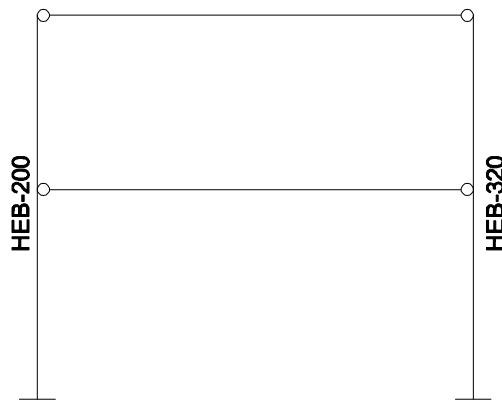
$f_{yd} = 261,90 \text{ N/mm}^2$

$\lambda_e = 86,81$

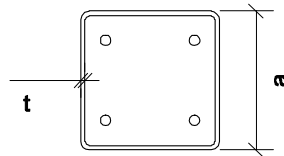
	$N_{Ed}$ (kN)	A (cm <sup>2</sup> )	$I_{min}$ (cm)	L (m)	$\beta$	$L_k$	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	$\alpha$	$\chi$	$N_{pl,Rd}$ (kN)
Pilares HEB											
Pilar izquierdo, planta baja, considerando $L_k=0,70L$											
HEB-160	1163,0	54,3	4,05	4,85	0,70	3,40	83,8	0,97	0,49	0,56	796,6
HEB-180	1163,0	65,3	4,57	4,85	0,70	3,40	74,3	0,86	0,49	0,63	1071,9
HEB-200	1163,0	78,1	5,06	4,85	0,70	3,40	67,1	0,77	0,49	0,68	1388,9
Pilar izquierdo, planta primera, considerando $L_k=1,00L$											
HEB-100	569,0	26,0	2,53	4,04	1,00	4,04	159,7	1,84	0,49	0,23	154,0
HEB-120	569,0	34,0	3,06	4,04	1,00	4,04	132,0	1,52	0,49	0,31	274,2
HEB-140	569,0	43,0	3,58	4,04	1,00	4,04	112,8	1,52	0,49	0,39	437,9
HEB-160	569,0	54,3	4,05	4,04	1,00	4,04	99,8	1,15	0,49	0,46	652,5
HEB-180	569,0	65,3	4,57	4,04	1,00	4,04	88,4	1,02	0,49	0,53	904,7
HEB-200	569,0	78,1	5,06	4,04	1,00	4,04	79,8	0,92	0,49	0,59	1202,0
Pilar derecho, planta baja considerando $L_k=0,70L$											
HEB-280	3338,0	131,4	7,08	4,85	0,70	3,40	48,0	0,55	0,49	0,81	2798,8
HEB-300	3338,0	149,1	7,58	4,85	0,70	3,40	44,8	0,52	0,49	0,83	3257,0
HEB-320	3338,0	161,3	7,57	4,85	0,70	3,40	44,8	0,52	0,49	0,83	3521,8
Pilar derecho, planta primera considerando $L_k=1,00L$											
HEB-280	2605,0	131,4	7,08	4,04	1,00	4,04	57,1	0,66	0,49	0,75	2584,3
HEB-300	2605,0	149,1	7,58	4,04	1,00	4,04	53,3	0,61	0,49	0,78	3034,6
HEB-320	2605,0	161,3	7,57	4,04	1,00	4,04	53,4	0,61	0,49	0,78	3280,8
Pilares 2UPN											
Pilar izquierdo, planta baja, considerando $L_k=0,70L$											
2UPN-160	1163,0	48	5,03	4,85	0,70	3,40	67,5	0,78	0,49	0,68	850,2
2UPN-180	1163,0	56	5,47	4,85	0,70	3,40	62,1	0,71	0,49	0,72	1049,3
2UPN-200	1163,0	64,4	5,89	4,85	0,70	3,40	57,6	0,66	0,49	0,75	1259,7
Pilar izquierdo, planta primera, considerando $L_k=1,00L$											
2UPN-80	569,0	22,0	3,10	4,04	1,00	4,04	130,3	1,50	0,49	0,31	181,0
2UPN-100	569,0	27,0	3,75	4,04	1,00	4,04	107,7	1,24	0,49	0,41	293,2
2UPN-120	569,0	34,0	4,21	4,04	1,00	4,04	96,0	1,11	0,49	0,48	428,7
2UPN-140	569,0	40,8	4,59	4,04	1,00	4,04	88,0	1,01	0,49	0,53	568,4
2UPN-160	569,0	48,0	5,03	4,04	1,00	4,04	80,3	0,93	0,49	0,58	734,7
2UPN-180	569,0	56,0	5,47	4,04	1,00	4,04	73,9	0,85	0,49	0,63	924,5
2UPN-200	569,0	64,4	5,89	4,04	1,00	4,04	68,6	0,79	0,49	0,67	1127,3

Tabla resumen del dimensionado de pilares HEB y 2UPN (en gris los que cumplen)

No es posible resolver el pilar derecho con 2UPN.



## 2.1.ii-Dimensionado de los pilares con perfiles tubo rellenos de hormigón:



Para  $t \leq 6 \text{ mm}$   $\longrightarrow$  S275  $\longrightarrow f_{yd} = 261,9 \text{ N/mm}^2$   
 $t > 8 \text{ mm}$   $\longrightarrow$  S355  $\longrightarrow f_{yd} = 338,1 \text{ N/mm}^2$ , los tubos de más espesor son más difíciles de encontrar en el mercado en S275, por lo que en caso de necesitarlos, escogeremos los de acero S355.

HA-30  $\longrightarrow f_{cd} = 20 \text{ N/mm}^2$   
 B500S  $\longrightarrow f_{sd} = 435 \text{ N/mm}^2$

Predimensionado:

$$A_a \approx 4 \times a \times t$$

$$A_c \approx a^2$$

$$N_{Rd} = 4 \times a \times t \times f_{yd} + a^2 \times f_{cd} \geq N_{Ed}$$

Para tener en cuenta el pandeo de modo aproximado podemos tomar un 20% adicional de  $N_{Ed} \longrightarrow 1,2N_{Ed}$

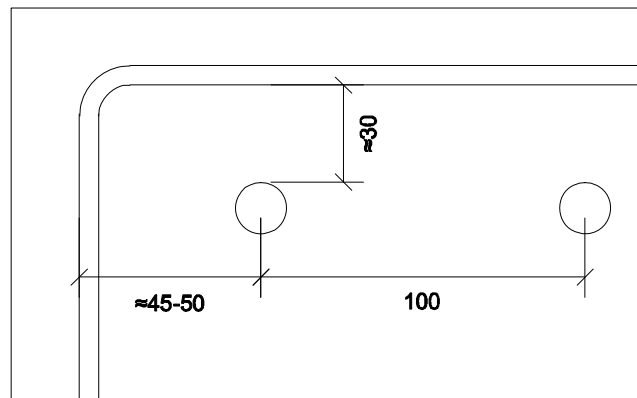
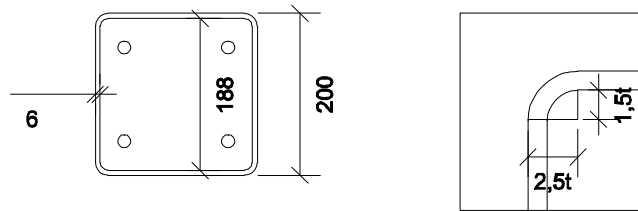
**-Planta inferior, pilar izquierdo:**

$$t=0,5 \text{ cm} \longrightarrow a \geq 16,4 \text{ cm}$$

$$t=0,6 \text{ cm} \longrightarrow a \geq 15,0 \text{ cm}$$

$$t=0,8 \text{ cm} \longrightarrow a \geq 12,8 \text{ cm}$$

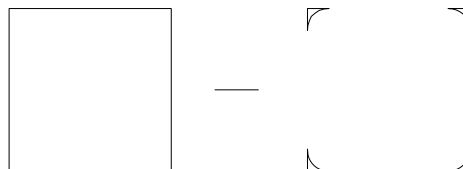
Dada la dificultad de hormigonado, conviene elegir tubos no excesivamente pequeños. Un mínimo constructivo suele ser tubo de 200 mm. Elegimos el más fino #200.6.



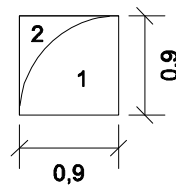
$$A_a = 45,6 \text{ cm}^2 \text{ (catálogo)}$$

$$I_a = 2833 \text{ cm}^4$$

$$W_{pl} = 330 \text{ cm}^3$$



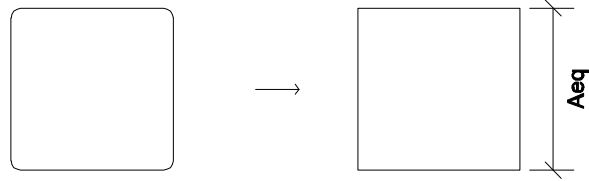
$$A_c = 18,8^2 - 0,9^2 (4 - \pi) = 352,7 \text{ cm}^2$$



$$A_{\text{tot}} = 0,9^2$$

$$A_1 = 0,9^2 \pi / 4$$

$$A_2 = 0,9^2 (1 - \pi / 4)$$



$$I_c = \frac{18,78^4}{12} = 10369 \text{ cm}^4$$

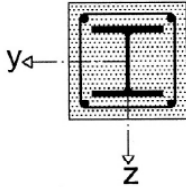
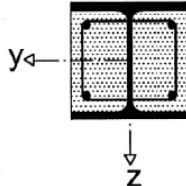
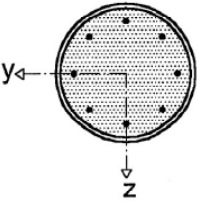
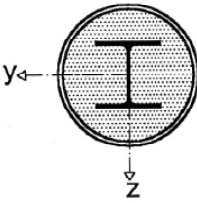
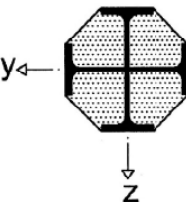
$$a_{eq} \approx \sqrt{A_c} = 18,78 \text{ cm}$$

Armado:

	4Ø12	4 Ø 16	4 Ø 20	4 Ø 25
$\rho = A_s / A_c$	1,28%	2,28%	3,56%	5,57%

Hay que tener en cuenta que si  $\rho > 3\%$  la curva de pandeo a utilizar es la b en lugar de la a, por lo que puede ser contraproducente el incremento de cuantía (tabla 6.5.Eurocódigo 4).

**Table 6.5 : Buckling curves and member imperfections for composite columns**

Cross-section	Limits	Axis of buckling	Buckling curve	Member imperfection
concrete encased section 		y-y	b	$L/200$
		z-z	c	$L/150$
partially concrete encased section 		y-y	b	$L/200$
		z-z	c	$L/150$
circular and rectangular hollow steel section 	$\rho_s \leq 3\%$	any	a	$L/300$
	$3\% < \rho_s \leq 6\%$	any	b	$L/200$
circular hollow steel sections with additional I-section 		y-y	b	$L/200$
		z-z	b	$L/200$
partially concrete encased section with crossed I-sections 		any	b	$L/200$

*Tabla 6.5 Eurocódigo 4*

Tomamos 4 Ø 16,  $\rho=2,28\%$

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$I_s = A_s (d / 2)^2 = 201 \text{ cm}^4$$

-Cálculo de  $EI_{\text{eff}}$ :

$$EI_{\text{eff}} = E_a \times I_a + E_s \times I_s + E_{\text{cm}\infty} \times I_c \times K_e \quad (\text{Eurocódigo 4 (6.40)})$$

$$E_{\text{cm}\infty} = E_{\text{cm}} \times \frac{1}{1 + \frac{N_{\text{GEd}}}{N_{\text{Ed}}} \varphi_t} \quad (\text{Eurocódigo 4 (6.41)})$$

$$E_{\text{cm}\infty} = 32,8 \times \frac{1}{1 + 0,63 \times 2} = 14,6 \text{ N/mm}^2$$

$$EI_{\text{eff}} = 2,1 \times I_a + 2,0 \times 201 + 0,6 \times 10369 \times 0,146 = 7260 \text{ kN/m}^2$$

El valor de  $\frac{N_{\text{GEd}}}{N_{\text{Ed}}}$  se obtiene del modelo para el pilar izquierdo y vale  $\frac{538 \times 1,35}{1161} = 0,63$ .

La fluencia se toma  $\varphi = 2$  como valor estándar.

-Cálculo de la carga crítica:

Hay que plantearse si la unión de la base podrá ser totalmente rígida. Lo más probable es que no, por la dificultad que plantean estas uniones. Supongamos pues  $L_k = L$  a favor de seguridad.

$$N_{\text{cri}} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2} = \frac{3,14^2 \times 7260}{4,85^2} = 3046 \text{ kN} \quad (\text{CTE-SE-A (6.18)})$$

$$N_{\text{pl,Rk}} = A_a \times f_y + A_s \times f_s + A_c \times f_{\text{ck}} = 45,6 \times 27,5 + 8,04 \times 50 + 352,7 \times 3 = 2714 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{\text{pl,Rk}}}{N_{\text{cri}}}} = 0,94 \quad (\text{CTE-SE-A (6.18)})$$

Tabla 6.3 Valores del coeficiente de pandeo ( $\chi$ )

Esbeltez reducida Coeficiente ( $\alpha$ ) de imperfección	Curva de pandeo				
	$a_0$	<b>a</b>	b	c	d
	0,13	<b>0,21</b>	0,34	0,49	0,76
$\leq 0,20$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,30	0,99	0,98	0,96	0,95	0,92
0,40	0,97	0,95	0,93	0,90	0,85
0,50	0,95	0,92	0,88	0,84	0,78
0,60	0,93	0,89	0,84	0,79	0,71
0,70	0,90	0,85	0,78	0,72	0,64
0,80	0,85	0,80	0,72	0,66	0,58
<b>0,90</b>	0,80	<b>0,73</b>	0,66	0,60	0,52
<b>1,00</b>	<b>0,73</b>	<b>0,67</b>	0,60	0,54	0,47
1,10	0,65	0,60	0,54	0,48	0,42
1,20	0,57	0,53	0,48	0,43	0,38
1,30	0,51	0,47	0,43	0,39	0,34
1,40	0,45	0,42	0,38	0,35	0,31
1,50	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28
1,60	0,35	0,32	0,31	0,28	0,25
1,80	0,28	0,27	0,25	0,23	0,21
2,00 <sup>(1)</sup>	0,23	0,22	0,21	0,20	0,18
2,20 <sup>(1)</sup>	0,19	0,19	0,18	0,17	0,15
2,40 <sup>(1)</sup>	0,16	0,16	0,15	0,14	0,13
2,70 <sup>(2)</sup>	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11
3,00 <sup>(2)</sup>	0,11	0,10	0,10	0,10	0,09

<sup>(1)</sup> esbeltez intolerable en los elementos principales  
<sup>(2)</sup> esbeltez intolerable incluso en elementos de arriostramiento

Tabla 6.3, CTE-SE-A

Curva “a”,  $\alpha = 0,21$ ,  $\chi = 0,70$ ;

X también puede obtenerse de la fórmula 6.19:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} \quad (\text{CTE-SE-A (6.19)})$$

donde

$$\phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha (\bar{\lambda}_k - 0,2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right], \quad (\text{CTE-SE-A (6.20)})$$

Con lo que nuevamente se obtiene  $\chi = 0,70$ .

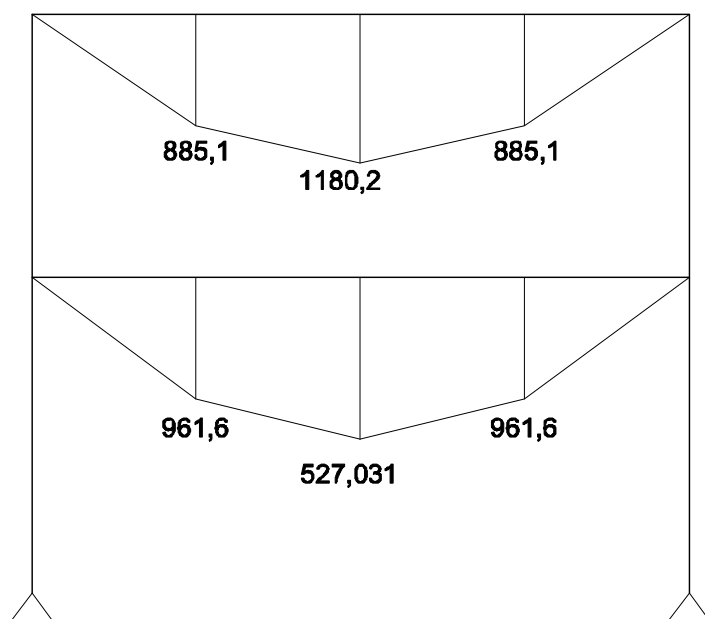
$$N_{pl,Rd} = A_a \times f_{yd} + A_s \times f_{sd} + A_c \times f_{cd} = 45,6 \times 26,2 + 8,04 \times 40 + 352,7 \times 2 = 2222 \text{ kN}$$

$$N_{b,Rd} = \chi N_{pl,Rd} = 1555 \text{ kN} > 1161 \text{ kN} = N_{Ed}, \text{ cumple.} \quad (\text{CTE-SE-A (6.17)})$$

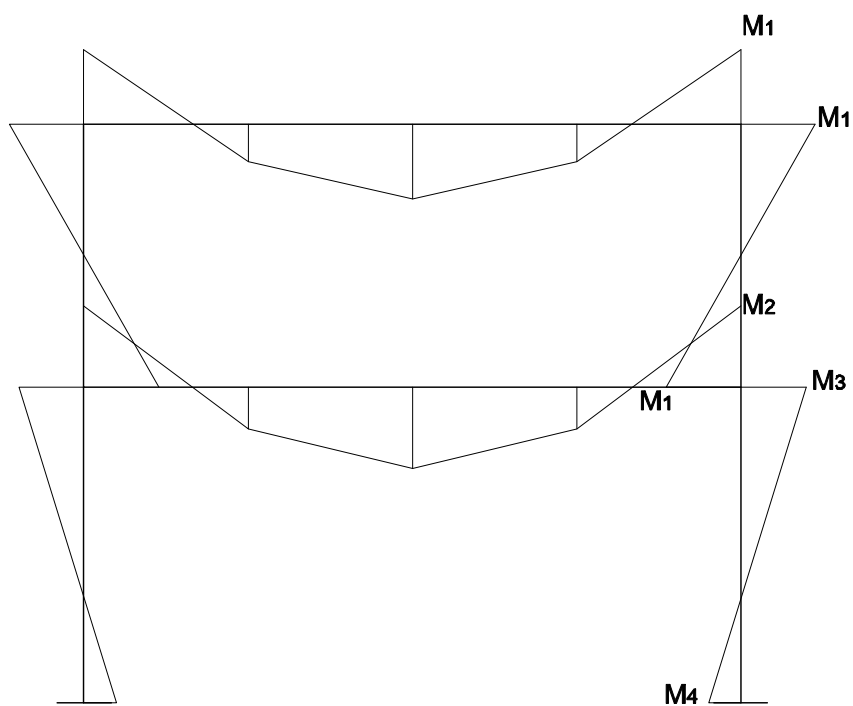
Para el pilar de la derecha se precisa un #250.250.8+4 Ø 20, compruébelo el alumno.

En caso de usar el Eurocódigo, se aplicaría lo indicado en la EN 1993-1-1 de estructuras metálicas (apartado 6.3.1.2)

## 2.2-Vigas y pilares empotrados:



*Gráfica de momentos como vigas isostáticas (kNm)*



*Posible distribución plástica de momentos*

$$M_{1Ed} = \frac{M_{iso}}{2} = 590 \text{ kNm}$$

$$M_{2Ed} = \frac{M_{iso}}{2} = 644 \text{ kNm}$$

$$M_3 = M_2 - M_1 = 51 \text{ kNm}$$

$$M_4 = M_3 / 2 = 26 \text{ kNm}$$

Es una de las posibles distribuciones plásticas. Hacemos un predimensionado en plástico y sin tener en cuenta el pandeo.

-Predimensionado pilar izquierdo, planta baja:

$$N_{Ed} = 1163 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 51 \text{ kNm}$$

HEB-200:

$$N_{Rd} = 2045 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 168,3 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción: } \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 0,57 + 0,30 = 0,87 < 1,00, \text{ podría valer}$$

-Predimensionado pilar izquierdo, planta superior:

$$N_{Ed} = 569 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 590 \text{ kNm}$$

HEB-360:

$$N_{Rd} = 4730 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 702,7 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción: } \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 0,12 + 0,84 = 0,96 < 1,00, \text{ podría valer}$$

-Predimensionado pilar derecho, planta baja:

$$N_{Ed} = 3338 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 51 \text{ kNm}$$

HEB-300:

$$N_{Rd} = 3905 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 481,5 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción: } \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 0,96 < 1,00, \text{ podría valer}$$

-Predimensionado pilar derecho, planta superior:

$$N_{Ed} = 2605 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 590 \text{ kNm}$$

HEB-500:

$$N_{Rd} = 6249 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 1261 \text{ kNm}$$

$$\text{Interacción: } \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = 0,89 < 1,00, \text{ podría valer}$$

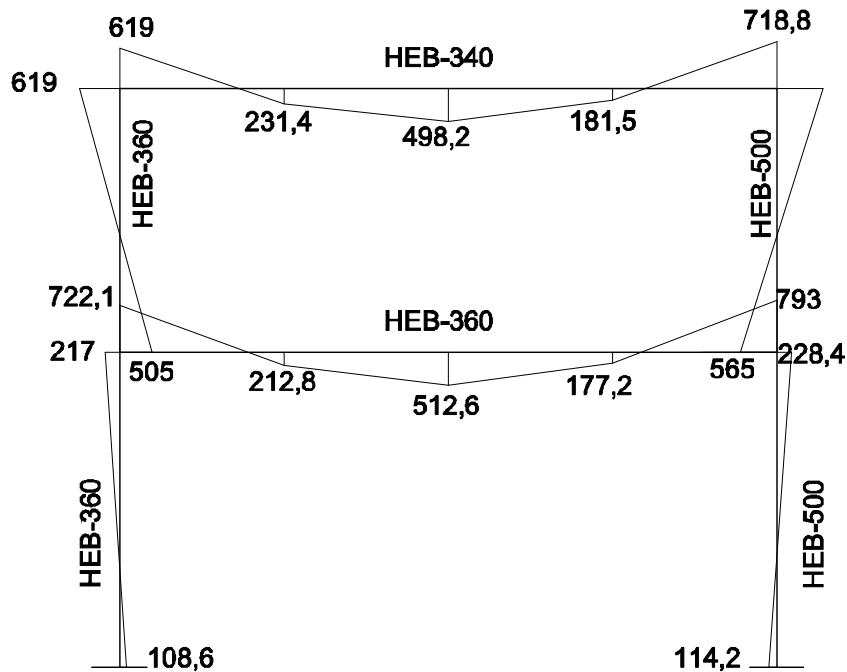
-Vigas:

$$M_{Ed} = 590 \text{ kNm} \longrightarrow \text{HEB-340}$$

$$M_{Ed} = 641 \text{ kNm} \longrightarrow \text{HEB-360}$$

A continuación vamos a realizar un cálculo elástico en 3 fases partiendo del dimensionado plástico anterior. En cada fase se analiza y comprueba la resistencia de los perfiles.

Fase 1:

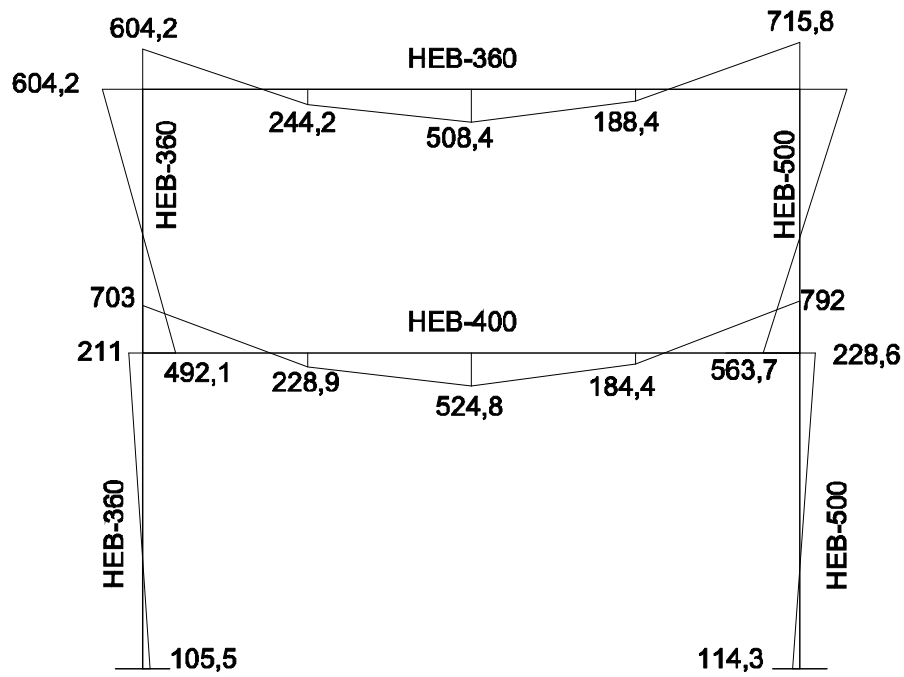


$$\text{HEB-340 } M_{Rd} = 630,7 < 719, \text{ no cumple}$$

$$\text{HEB-360 } M_{Rd} = 703 < 793, \text{ no cumple}$$

Las vigas fallan. En la superior se aumenta el perfil a un HEB-360. En la inferior se aumenta el perfil a un HEB-400.

Fase 2:

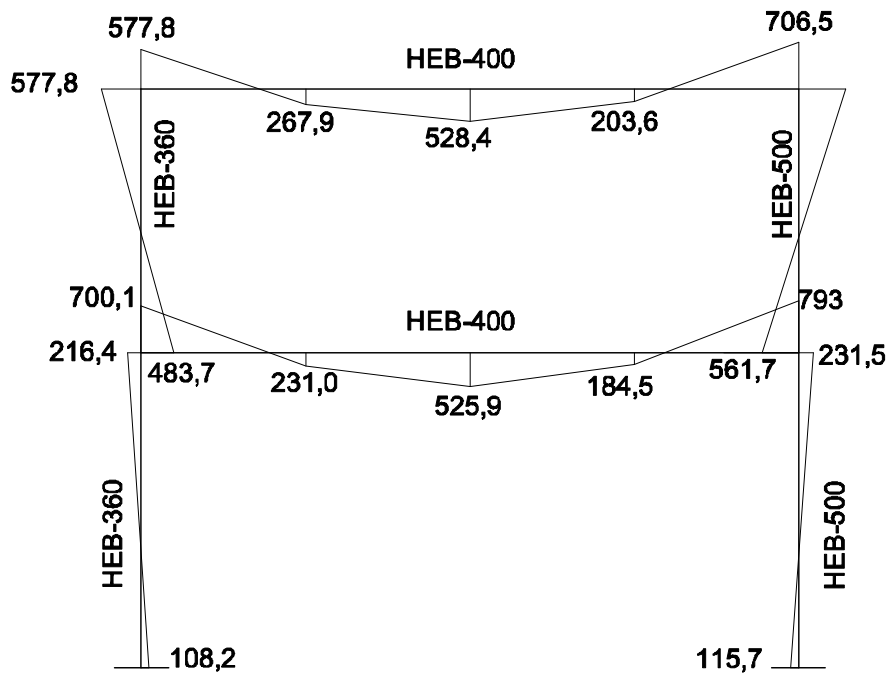


HEB-360  $M_{Rd} = 703 < 716$ , no cumple

HEB-400  $M_{Rd} = 847 > 792$ , cumple

La viga superior falla, se aumenta el perfil a un HEB-400.

Fase 3:



HEB-400  $M_{Rd} = 843 > 707$ , cumple

En esta solución no falla ninguno de los perfiles. Con esta solución y sus momentos, axiles y cortantes se realizan el resto de comprobaciones.

-Dimensionado con pandeo:

**Pilar izquierdo, planta baja:**

HEB-360

$L = 4,85 \text{ m}$

$I = 43190 \text{ cm}^4$

$K = EI / L$

Obtenemos la longitud de pandeo de la misma manera que en la página 5.10:

$$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \leq 1$$

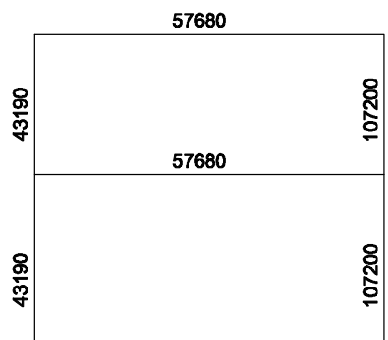
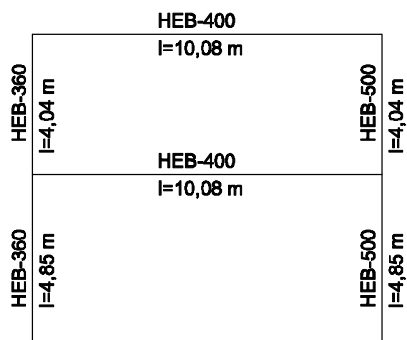
$\eta_1 = 0$  , porque en la parte inferior el pilar está empotrado.

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} = \frac{18700,82 + 22450,25}{18700,82 + 22450,25 + 0 + 12016,67} = 0,77$$

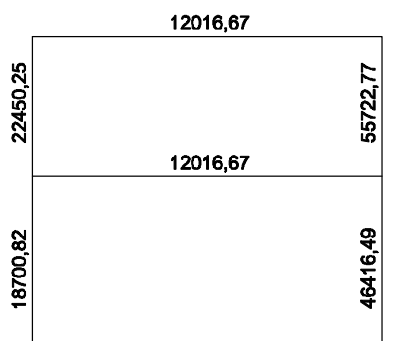
$$\beta = 0,646$$

$$L_{ky} = 0,646L = 3,14 \text{ m}$$

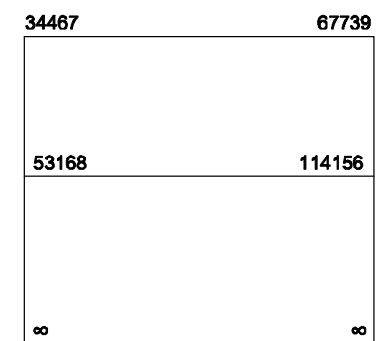
A continuación se especifican los valores relevantes para el cálculo:



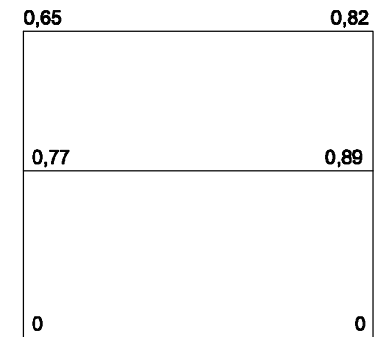
$I (\text{cm}^4)$



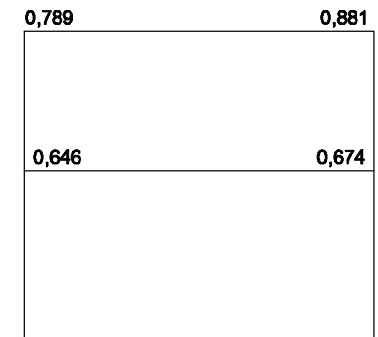
$K = EI / L (\text{kNm})$



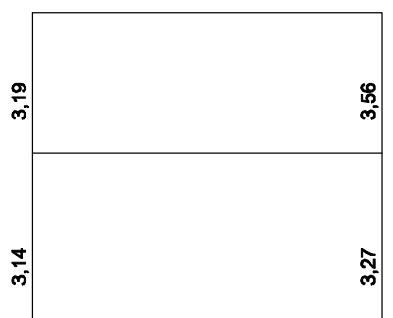
$\Sigma K (\text{en nudos, kNm})$



$\eta_y = \frac{K_c + K_n}{\Sigma K_n}$



$\beta = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \leq 1$



$L_{ky} = L\beta_y$

Las longitudes de pandeo en el plano z serían 0,7L en el tramo inferior y L en el tramo superior.

-Pilar izquierdo planta baja:

Para HEB-360:

$$L_{ky} = 3,14$$

$$i_y = 15,46$$

$$\lambda_y = 20,28$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,23$$

$$L_{kz} = 3,40$$

$$i_z = 7,49$$

$$\lambda_z = 45,32$$

$$\bar{\lambda}_z = 0,522$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} = \frac{\lambda}{86,87}$$

$$\lambda_E = \pi \times \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$N_{Rd} = 4730 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rd} = 702,7 \text{ kNm}$$

Comprobaciones:

1-Sin pandeo:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} = 0,24 + 0,31 + 0 = 0,55 < 1, \text{ cumple}$$

2-Pandeo en el plano fuerte ( $\chi_y$ ):

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{300} = 1,2$$

$$t \leq 100$$

S275

Sacamos la curva de pandeo de la tabla 6.1 del CTE-SE-A.

Tabla 6.2 Curva de pandeo en función de la sección transversal

Tipo de sección	Tipo de acero		S235 a S355		S450	
	Eje de pandeo <sup>(1)</sup>		y	z	y	z
<b>Perfiles laminados en I</b>						
	$h/b > 1,2$	$t \leq 40 \text{ mm}$	a	b	a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>
	$40 \text{ mm} < t \leq 100 \text{ mm}$		b	c	a	a
	<div><math>h/b \leq 1,2</math><math>t \leq 100 \text{ mm}</math></div>		b	c	a	a
	$t > 100 \text{ mm}$		d	d	c	c
<b>Perfiles armados en I</b>						
	$t \leq 40 \text{ mm}$		b	c	b	c
	$t > 40 \text{ mm}$		c	d	c	d
<b>Agrupación de perfiles laminados soldados</b>						
			c	c	c	c
<b>Tubos de chapa simples o agrupados</b>						
	laminados en caliente		a	a	a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub>
	conformados en frío		c	c	c	c
<b>Perfiles armados en cajón <sup>(2)</sup></b>						
	soldadura gruesa: $a/t > 0,5$ $b/t < 30$ $h/t_w < 30$		c	c	c	c
	en otro caso		b	b	b	b
<b>Perfiles simples U, T, chapa, redondo macizo</b>						
			c	c	c	c
<b>Perfiles L</b>						
			b	b	b	b

<sup>(1)</sup> Para el significado del eje de pandeo, y los términos h, b, t, t<sub>w</sub> véase anejo B

<sup>(2)</sup> La variable a se refiere al ancho de garganta de la soldadura

CTE-SE-A, tabla 6.1

Curva b,  $\alpha=0,34$

$\alpha$  se obtiene de la tabla 6.3 del CTE-SE-A, en función de la curva de pandeo (página 5.19)

$$\bar{\lambda}_y = 0,23$$

Con la esbeltez reducida sacamos el factor  $\chi$ :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} \leq 1 \quad (\text{CTE-SE-A, (6.19)})$$

$$\chi = 0,993 \sim 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_y \frac{c_{m,y} \times M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \times M_{y,Rd}} \leq 1$$

$k_y$  se obtiene de la tabla 6.9 del CTE-SE-A:

Tabla 6.9 Coeficientes de interacción según peor clase de sección en la pieza

Cla-se	Tipo de sección	$k_y$	$k_z$	$k_{yLT}$
1 y 2	I, H, abiertas	$1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{C,Rd}}$	$1 + (2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C,Rd}}$	el menor de $1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(c_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C,Rd}}$
	Hueca delgada		$1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C,Rd}}$	$0,6 + \bar{\lambda}_z$
3 y 4	Todas	$1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{C,Rd}}$	$1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C,Rd}}$	$1 - \frac{0,05 \cdot \bar{\lambda}_z}{(c_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{C,Rd}}$

siendo  
 $\bar{\lambda}_y$  y  $\bar{\lambda}_z$  valores de las esbelteces reducidas para los ejes y – y y z – z, no mayores que 1,00.  
 $N_{C,Rd} = A^* \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$

CTE-SE-A. Tabla 6.9

$$k_y = 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \times \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{C,Rd}} = 1 + 0,03 \times \frac{1143}{0,996 \times 4730} = 1,008$$

$c_{m,y}$  se obtiene de la tabla 6.10 del CTE-SE-A.

$$\psi = 108 / -216 = -1/2 \quad c_{m,y} = 0,6 + 0,4\psi = 0,40$$

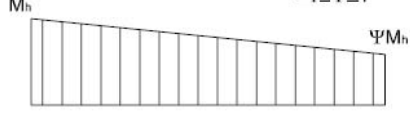
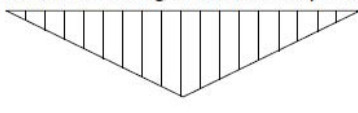
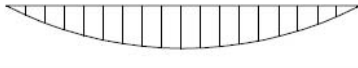


$\chi_{LT}$  (coeficiente de pandeo lateral) en perfiles en H vale 1,00. No obstante puede estimarse:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1 \quad (\text{CTE-SE-A (6.32)})$$

Siendo

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + (\bar{\lambda}_{LT})^2 \right] \quad (\text{CTE-SE-A (6.33)})$$

Tabla 6.10 Coeficientes del momento equivalente

Factor de momento flector	Eje de flexión	Puntos arriostrados en dirección
$c_{m,y}$	y-y	z-z
$c_{m,z}$	z-z	y-y
$c_{m,LT}$	y-y	y-y
<b>Diagrama de Flectores</b>		<b>Factor de momento uniforme equivalente</b>
		$c_{m,y} = c_{m,i} \text{ ( } i=y \text{ )}$
		$c_{m,z} = c_{m,i} \text{ ( } i=z \text{ )}$
		$c_{m,LT} = c_{m,i} \text{ ( } i=LT \text{ )}$
Momentos de extremo $-1 \leq \psi \leq 1$		
		$c_{m,i} = 0,6 + 0,4 \cdot \psi \geq 0,4$
Momento debido a cargas laterales coplanarias		
		$c_{m,i} = 0,9$
		$c_{m,i} = 0,95$
Momentos debidos a cargas laterales y momentos de extremos		
		$c_{m,i} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha \geq 0,4 \text{ si } -1 \leq \alpha \leq 0$
		$c_{m,i} = 0,2 + 0,8 \cdot \alpha \geq 0,4 \text{ si } 0 \leq \alpha \leq 1$
$\alpha = M_s / M_h$		
$\alpha_h = M_h / M_s$		$c_{m,i} = 0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h \text{ con } -1 \leq \alpha_h \leq 1$

CTE-SE-A. Tabla 6.10

Tabla 6.6 Factor de imperfección  $\alpha_{LT}$

Elemento	Límites	Curva de pandeo	$\alpha_{LT}$
Perfil laminado con sección en doble T	$h/b \leq 2$	a	0,21
	$h/b > 2$	b	0,34
Elemento armado con sección en doble T	$h/b \leq 2$	c	0,49
	$h/b > 2$	d	0,76
Elementos con otras secciones	-	d	0,76

CTE-SE-A. Tabla 6.6. Factor de imperfección  $\alpha_{LT}$

$$\alpha_{LT} = 0,21$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \times f_y}{M_{cr}}} \quad (\text{CTE-SE-A (6.34)})$$

Cálculo del  $M_{cr}$

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTV}^2 + M_{LTW}^2} \quad (\text{CTE-SE-A (6.35)})$$

$$M_{LTV} = c_1 \times \frac{\pi}{L_c} \times \sqrt{G \times I_T \times EI_z} \quad (\text{CTE-SE-A (6.36)})$$

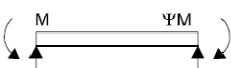




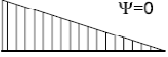




$$I_T \approx 292,5 \text{ cm}^4 \text{ (tabulada)}$$

$$G = 81000 \text{ GPa}$$

$$E = 210000 \text{ MPa}$$

$$C_1$$

Tabla 6.7 Valor del factor  $C_1$  correspondiente a los valores del factor  $k_\varphi$  ( $k_w=1$ )

Condiciones de apoyo y tipo de sollicitación	Diagrama de momentos flectores	$C_1$
	$\Psi=+1$ 	1
	$\Psi=+3/4$ 	1,14
	$\Psi=+1/2$ 	1,32
	$\Psi=+1/4$ 	1,56
	$\Psi=0$ 	1,88
	$\Psi=-1/4$ 	2,28
	$\Psi=-1/2$ 	2,7
	$\Psi=-3/4$ 	2,93
	$\Psi=-1$ 	2,75

CTE-SE-A, tabla 6.7. Valor del factor  $C_1$

$$C_1 = 2,7$$

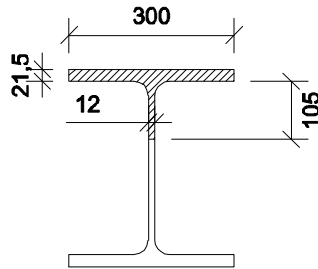
$$L_c = 4,85 \text{ m}$$

$$M_{LTV} = 3928 \text{ kNm}$$

$$M_{LTW} = W_{el,y} \frac{\pi^2 \times E}{L_c^2} = C_1 \times i_{f,z}^2$$

$$W_{el,y} = 2400 \text{ cm}^3$$

$i_{f,z}$ : radio de giro, con respecto al eje de menor inercia de la sección, del soporte formado por el ala comprimida y la tercera parte de la zona comprimida del alma, adyacente al ala comprimida.



$$I_{1,z} = \frac{30^3 \times 2,15}{12} = 4837,5 \text{ cm}^4$$

$$I_{2,z} = \frac{1,2^3 \times 10,5}{12} = 1,51 \text{ cm}^4$$

$$A = 30 \times 2,15 + 1,2 \times 10,5 = 77,1 \text{ cm}^2$$

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{4837,5 + 1,51}{77,1}} = 7,92 \text{ cm}$$

$$M_{LTW} = 2400 \frac{\pi^2 \times 21000}{485^2} = 2,7 \times 7,9^2 = 3586 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} \approx \sqrt{3928^2 + 3586^2} = 5318 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{630,7 \times 1,05}{5318}} = 0,353 < 0,40$$

Al ser menor que 0,40, no es preciso tenerlo en cuenta. Si se calcula  $\chi_{LT} = 0,96$ .

En general en perfiles HEB no es relevante.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_y \frac{c_{m,y} \times M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \times M_{y,Rd}} = \frac{1143}{0,996 \times 4730} + 1,005 \times \frac{0,40 \times 216}{702,7} = 0,37 \leq 1, \text{ cumple}$$

3- Pandeo en el plano débil:

$$\lambda_z = 45,3$$

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k}\right)^2 EI = 18180 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = 0,522$$

$\alpha = 0,49$ , curva c

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \times N_{Rd}} + \alpha_y \times k_y \times \frac{c_{m,y} \times M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_c \times \frac{c_{m,z} \times M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1 \quad (\text{CTE-SE-A (6.51)})$$

Tabla 6.8 Términos de comprobación, según peor clase de sección en la pieza

Clase	A*	W <sub>y</sub>	W <sub>z</sub>	α <sub>y</sub>	α <sub>z</sub>	e <sub>N,y</sub>	e <sub>N,z</sub>
1	A	W <sub>pl,y</sub>	W <sub>pl,z</sub>	0,6	0,6	0	0
2	A	W <sub>pl,y</sub>	W <sub>pl,z</sub>	0,6	0,6	0	0
3	A	W <sub>el,y</sub>	W <sub>el,z</sub>	0,8	1	0	0
4	A <sub>eff</sub>	W <sub>eff,y</sub>	W <sub>eff,z</sub>	0,8	1	Según pieza y tensiones	Según pieza y tensiones

CTE-SE-A, tabla 6.8. Términos de comprobación, según peor clase de sección en la pieza

$$\alpha_y = 0,6$$

$$k_y = 1,005$$

El  $c_{my} = 0,40$  se obtiene de la tabla 6.10 del CTE-SE-A (p. 5.29).

$$\frac{1143}{0,87 \times 4730} + 0,6 \times 1 \times \frac{0,40 \times 216}{702,7} + 0 = 0,35 \leq 1$$

4-Pandeo por torsión:

$k_{yLT}$  es el mínimo de:

$$1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{c_{mLT} - 0,25} \times \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} = 0,90 \quad \leftarrow$$

$$0,6 + \bar{\lambda}_z = 1,12$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \times N_{Rd}} + k_{yLT} \times \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + k_c \times \frac{c_{mz} \times M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

(CTE-SE-A (6.53))

$$\frac{1143}{0,87 \times 4730} + 0,90 \times \frac{216}{702,7} = 0,55 < 1$$

$\bar{\lambda}$	$\alpha$	$X_y$	$N_{Rd}$ (kN)	$N_{b,Rd}$	$k_y$	$\alpha_y$	$M_{y,Rd}$ (kNm)	$\epsilon_{my}$	$k_{yLT}$	$N_{Ed}$ (kN)	$M_{y,Ed}$ (kNm) Abajo	$M_{y,Ed}$ (kNm) Arriba	$M_{y,Ed}$ (kNm)	Resistencia	Pandeo y	Pandeo z	Torsión
0,233	0,34	0,9881	4730	4674	1,008	0,6	702,7	0,4	0,90	1143,0	108	-216	216	0,549	0,369	0,365	0,567
0,237	0,34	0,9867	4730	4667	1,004	0,6	702,7	0,4	0,94	556,0	484	-578	578	0,940	0,450	0,350	0,923
0,162	0,34	1,000	6655	6655	0,981	0,6	1464,3	0,4	0,78	3359,0	-116	232	232	0,663	0,567	0,655	0,740
0,177	0,34	1,000	6655	6655	0,991	0,6	1464,3	0,4	0,78	2617,0	-562	707	707	0,876	0,585	0,635	0,894
$\bar{\lambda}$	$\alpha$	$X_z$	$N_{Rd}$ (kN)	$N_{b,Rd}$	$K_z$	$A_z$	$M_{z,Rd}$ (kNm)	$\epsilon_{mz}$		$N_{Ed}$ (kN)	$M_{z,Ed}$ (kNm) Abajo	$M_{z,Ed}$ (kNm) Arriba	$M_{z,Ed}$ (kNm)				
0,522	0,49	0,8308	4730	3930	1,13	0,6	270,3	0,6		1143	0	0	0				
0,621	0,49	0,7729	4730	3656	1,10	0,6	270,3	0,6		556,0	0	0	0				
0,545	0,49	0,8175	6655	5440	1,30	0,6	351,2	0,6		3359,0	0	0	0				
0,649	0,49	0,7562	6655	5033	1,36	0,6	351,2	0,6		2617,0	0	0	0				

		A (cm <sup>2</sup> )	i <sub>y</sub> (cm)	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>pl,y</sub> (cm <sup>3</sup> )	η <sub>1</sub>	η <sub>2</sub>	β	L (m)	L <sub>k</sub> (m)	λ
Pilar izquierdo, planta inferior	HEB-360	180,6	15,46	43190	2683	0,00	0,77	0,646	4,85	3,14	20,28
Pilar izquierdo, planta superior	HEB-360	180,6	15,46	43190	2683	0,77	0,65	0,789	4,04	3,19	20,63
Pilar derecho, planta inferior	HEB-550	254,1	23,2	13670 0	5591	0,00	0,89	0,674	4,85	3,27	14,08
Pilar derecho, planta superior	HEB-550	254,1	23,2	13670 0	5591	0,89	0,82	0,881	4,04	3,56	15,34
		A (cm <sup>2</sup> )	I <sub>z</sub> (cm)	I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> )	W <sub>pl,z</sub> (cm <sup>3</sup> )	η <sub>1</sub>	η <sub>2</sub>	β	L (m)	L <sub>k</sub> (m)	λ
Pilar izquierdo, planta inferior	HEB-360	180,6	7,49	10140	1032	0,00	1,00	0,700	4,85	3,39	45,32
Pilar izquierdo, planta superior	HEB-360	180,6	7,49	10140	1032	1,00	1,00	1,000	4,04	4,04	53,94
Pilar derecho, planta inferior	HEB-550	254,1	7,17	13080	1341	0,00	1,00	0,700	4,85	3,39	47,34
Pilar derecho, planta superior	HEB-550	254,1	7,17	13080	1341	1,00	1,00	1,000	4,04	4,04	56,35

**CUADERNO**

373.01

Cuadernos.ijh@gmail.com  
info@mairea-libros.com



9 788497 284219 >